Chapitre 3 : Introduction au monde quantique

1. Historique

Au tout début du XXème siècle, l'ensemble des théories de la physique « classique » permet d'interpréter la quasi-totalité des observations expérimentales. On distingue notamment deux grands formalismes :

- la mécanique de Newton (XVIIème)
- l'électromagnétisme de Maxwell (XIXème)

La physique « classique » est déterministe : pour une situation donnée, l'évolution d'un système peut être déterminée à l'aide d'équations dynamiques, la plus grande difficulté résidant dans la résolution de ces équations.

Quelques expériences vont pourtant ouvrir la porte à de nouvelles théories : c'est la naissance de la physique quantique. Parmi ces expériences, on peut citer :

- l'effet photo-électrique
- la rayonnement du corps noir (catastrophe ultraviolette)
- le spectre de l'atome d'hydrogène

2. Dualité onde-corpuscule de la lumière

2.1.Aspect ondulatoire de la lumière

Parmi les phénomènes observés pouvant être interprétés par la physique « classique », on trouve :

✓ les interférences (expérience des fentes d'Young) :
cf. Approche documentaire

On reprend ici certains éléments vus dans le chapitre « Superposition d'ondes ». Afin d'interpréter la figure d'interférences, on exprime l'intensité lumineuse observée en chaque point de l'écran.

En notant A_0 l'amplitude de l'onde émise par chaque source (trou), l'amplitude du signal en un point M de l'écran, notée $A(M)$, est donnée par la formule de Fresnel :

$$A(M) = \sqrt{2A_0^2 + 2A_0^2 \cos\left(\phi_{2/1}(M)\right)}$$

$\phi_{2/1}(M)$ correspondant au déphasage au point M entre les deux ondes émises par les trous.

On obtient ainsi une alternance de franges sombres et lumineuses avec :

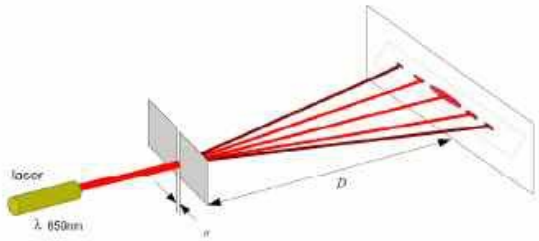
- $A_{max} = 2A_0$ (franges lumineuses)
- $A_{min} = 0$ (franges sombres)

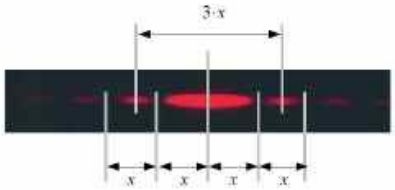
La nature de la frange (sombre ou brillante) en un point M dépend de son abscisse. Les calculs menés dans le chapitre « Superposition d'ondes » ont permis d'établir l'expression de l'interfrange (distance entre deux franges successives de même nature)

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

✓ la diffraction : si on éclaire une fente de largeur a avec une source lumineuse de longueur d'onde λ telle que $\lambda \sim a$, on observe alors un étalement de la lumière sur l'écran situé à une distance D après la fente. La largeur de la tâche centrale (la plus lumineuse) a pour expression

$$\frac{2\lambda D}{a} = 2x$$





2.2.Aspect corpusculaire

Contrairement à la diffraction et aux interférences lumineuses, l'effet photoélectrique ne peut être interprété dans le cadre de physique « classique ».
cf. Approche documentaire

Document 2

✓ Interprétation de l'effet photoélectrique :
L'extraction d'un électron d'une plaque métallique nécessite un apport d'énergie fourni par un rayonnement lumineux monochromatique.
- Le point de vue classique (modèle ondulatoire) : on s'attend à un seuil en intensité c'est-à-dire qu'il faut dépasser une certaine intensité lumineuse indépendamment de la fréquence pour fournir suffisamment d'énergie à l'électron pour qu'il soit éjecter. Si $I > I_{seuil}$, plus I est grand, plus le nombre d'électrons arrachés est grand.
- Observation expérimentale (simulation) :
  - Pour une longueur d'onde λ dans le visible, quelque soit l'intensité lumineuse, aucun électron n'est arraché.
  - Pour $\lambda \leq \lambda_{seuil}$, des électrons sont arrachés et sont d'autant plus énergétiques que λ est petit.
  - À λ fixée, l'intensité lumineuse a une influence sur le nombre d'électrons arrachés mais pas sur leur vitesse
- Interprétation d'Einstein : l'absorption de l'énergie par la plaque est modélisée par une « collision » entre un électron et un photon pour lequel $h\nu > W$

✓ Travail d'extraction du zinc :

$$W = h\nu_{seuil} = 2{,}91\times10^{-19}\,J = 1{,}82\,eV$$

Le photon est ainsi défini :
- particule de masse nulle
- se déplace à la vitesse de la lumière $c = 3\times10^{8}\,m.s^{-1}$
- le photon associé à une lumière de fréquence ν (de longueur d'onde λ) aura une énergie

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$ (relation de Planck - Einstein)

où $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\, J.s$ est la constante de Planck

- pour une lumière de fréquence ν (de longueur d'onde λ) se propageant dans une direction portée par le vecteur unitaire $\vec{u}$, le photon aura une quantité de mouvement

$$\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\vec{u} = \frac{h}{\lambda}\vec{u}$$

2.3.Compatibilité des deux aspects de la lumière

cf. Approche documentaire

Documents 3 et 4

✓ Comptage des photons

- Si la lumière se comporte comme une onde

$$N_1 = N_2 = N_c = N_T \text{ soit } A = 1$$

- Si la lumière se comporte comme un corpuscule

$$N_C = 0 \text{ donc } A = 0$$

La valeur obtenue montre que la lumière semble plus se comporter comme un corpuscule

✓ Interférences à photon unique

- Si la lumière se comporte comme un corpuscule : le photon qui ne passe que par une fente forme un point lumineux suite à son impact sur l'écran mais on ne devrait pas obtenir de figure d'interférences puisque le photon est seul dans l'appareil
- Si la lumière se comporte comme une onde : on devrait obtenir une figure d'interférences dès la première impulsion et non un point

« Le photon interfère avec lui-même » : ceci ne peut être expliqué qu'en considérant que chaque photon passe (de manière ondulatoire) simultanément par les deux fentes ! Le fait de tenter de savoir par quelle fente passe un photon fait disparaître la figure d'interférence. C'est l'énigme quantique.

3. Dualité onde-corpuscule de la matière

3.1.Nécessité d'onde de matière

cf. Approche documentaire

Document 5

Les électrons sont attirés par l'électrode centrale qui a un potentiel supérieur (pôle +) aux électrodes latérales (pôle -). Chaque électron sortant de l'accélérateur aura sa trajectoire déviée vers l'électrode centrale.

Intervalle de temps moyen entre l'émission successive de deux électrons : $1\, ms = 10^{-3}\, s$

Durée du parcours d'un électron dans le dispositif : $\frac{1{,}5}{1{,}5 \times 10^{8}} = 10^{-8}\, s$

On peut donc considérer qu'il ne peut y avoir qu'un seul électron dans le dispositif. L'aspect corpusculaire implique qu'il traverse le plan des électrodes en passant par une seule des deux « fentes » ce qui devrait donner sur l'écran un ensemble d'impacts répartis de manière aléatoire. Pourtant, on obtient une figure d'interférences nécessitant un caractère ondulatoire.

3.2.Relation de Louis De Broglie

En 1924 , le français Louis De Broglie généralise le modèle onde-corpuscule proposé par Einstein en 1905 .

Remarque : il est à souligner que les expériences attestant l'idée de De Broglie ont été effectuées après que ce dernier a introduit son modèle.

À toute particule de quantité de mouvement $\vec{p}$, on associe une onde de matière de longueur d'onde λ vérifiant la relation

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

avec $p = \left\| \vec{p} \right\|$ et h la constante de Planck.

La relation de De Broglie peut également être écrite sous la forme :

$$\vec{p} = \overline{h}\vec{k}$$

où $\overline{h} = \frac{h}{2\pi}$ est la constante de Planck réduite et $\vec{k}$ le vecteur d'onde, colinéaire à $\vec{p}$ et de norme $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Document 6

- ✓ Chaque atome de néon traverse le dispositif en ce comportant comme une onde (ce qui explique la figure d'interférences) mais forme un unique point lors de l'impact (aspect corpusculaire).
- ✓ On a :

$$\lambda = \frac{a \times i}{D} \simeq 10{,}6\ nm$$

- ✓ On trouve

$$\lambda = \frac{h}{p} \text{ donc } v = \frac{p}{m} = \frac{h}{m\lambda} = \frac{N_a h}{M_{Ne}\lambda} = 1{,}88\ m.s^{-1}$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g(D+l)} = 1{,}92\ m.s^{-1}$$

Les deux vitesses sont très proches. L'aspect corpusculaire peut donc bien être pris en compte pour traduire le mouvement du chute libre de l'atome mais l'interprétation de la figure observée nécessite la prise en compte du caractère ondulatoire.

Quelles conclusions pouvons-nous tirer sur la dualité onde-corpuscule ?

Les expériences montrent qu'il n'est pas possible de considérer qu'un quanton ne soit qu'une onde ou qu'un corpuscule car l'interprétation des observations nécessite la prise en compte des deux aspects. Pour autant, il n'est pas possible de considérer qu'un quanton soit à la fois une onde et un corpuscule car cela impliquerait des comportements opposés et de manière simultanée (traversée des fentes, impact sur l'écran). Nous devons admettre que nous ne sommes pas capable d'appréhender ces phénomènes. Nous ne pouvons pas comprendre la réalité physique de la mécanique quantique.

4. Postulats de la mécanique quantique

Par définition, un postulat ne peut être démontré mais pourra être validé par l'expérience si les résultats obtenus confirment les prédictions théoriques déduites du postulat. La théorie de la mécanique quantique repose sur deux postulats :

- l'existence d'une fonction d'onde
- l'équation de Schrödinger

4.1.Premier postulat : existence d'une fonction d'onde

A toute particule quantique, on associe une fonction d'onde $\underline{\psi}(M,t)$, fonction du temps et du point M, à valeurs complexes. Cette fonction caractérise l'état de la particule. Ainsi, la probabilité de trouver cette particule dans un volume $d\tau$ centré autour d'un point M à l'instant t est donnée par la relation :

$$dP = \left|\underline{\psi}(M,t)\right|^2 d\tau = \underline{\psi}(M,t).\underline{\psi}^*(M,t)d\tau$$

Si on note D l'ensemble de l'espace accessible à la particule, on doit donc avoir :

$$\int_D \left|\underline{\psi}(M,t)\right|^2 d\tau = 1$$

C'est ce qu'on appelle la condition de normalisation.

Dans un cas unidimensionnel, la probabilité de trouver la particule entre les abscisses x et $x+dx$ s'écrit :

$$dP = \left|\psi(x,t)\right|^2 dx = \psi(x,t).\psi^*(x,t)dx$$

Le terme $\left|\psi(x,t)\right|^2$ correspond alors à une densité linéique de probabilité de présence.

4.2.Second postulat : équation de Schrödinger

La fonction d'onde associée à une particule doit obéir à une équation appelée équation de Schrödinger. Dans sa forme indépendante du temps (régime stationnaire), celle-ci se met sous la forme :

$$\hat{\mathrm{H}}\psi = E\psi$$

où $\hat{\mathrm{H}}$ est un opérateur mathématique appelé hamiltonien et E l'énergie de la particule dans l'état ψ.

Dans un cas unidimensionnel, pour une particule de masse m, l'équation de Schrödinger s'écrit

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\times\psi(x)$$

où $V(x)$ est l'énergie potentielle de la particule concernée.

Remarque : l'équation de Schrödinger est une équation linéaire. Il est donc possible d'appliquer le principe de superposition. Si ψ_1 et ψ_2 sont deux solutions de cette équation, et (α_1,α_2) deux nombres complexes alors la fonction d'onde s'écrivant $\alpha_1\psi_1 + \alpha_2\psi_2$ est également solution. Cette propriété sera très importante pour l'interprétation des interférences.

5. Incertitude d'Heisenberg

5.1. Indétermination quantique

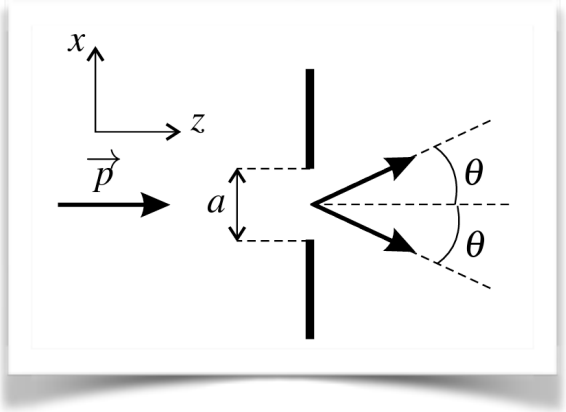
Soit un système quantique constitué d'un ensemble de particules quantiques. La mesure d'une grandeur X donne des valeurs aléatoires. Soit $\langle X \rangle$ la moyenne des résultats possibles pondérés par leurs probabilités respectives.
En mathématiques, l'écart quadratique moyen a pour définition :

$$\Delta X = \sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}$$

Cet écart nous renseigne sur la dispersion des résultats possibles pour la mesure de la grandeur X. On l'appelle indétermination quantique.
Remarque : ΔX ne doit pas être confondu avec l'incertitude sur la mesure. En effet, ΔX est totalement indépendant de l'instrument de mesure et du protocole expérimental.

5.2. Diffraction d'une particule par une fente

Soit une particule, de quantité de mouvement $\vec{p}$, de longueur d'onde λ_{DB}, se propageant suivant l'axe (Oz) et arrivant orthogonalement sur une fente de largeur a parallèle à l'axe (Oy).



On observe alors un phénomène de diffraction qui peut être interprété à l'aide du caractère ondulatoire. Toutes les particules émergent de la fente avec une direction effectuant un angle limite θ avec la direction incidente (Oz). Par analogie avec la diffraction des ondes lumineuses, on obtient :

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda_{DB}}{a}$$

Immédiatement après la fente, la mesure de la position suivant l'axe (Ox) de la particule donne une valeur comprise entre $-\frac{a}{2}$ et $+\frac{a}{2}$. On en déduit que l'indétermination quantique sur la position :

$$\Delta x \sim a$$

De même, si on mesure immédiatement après la fente, la composante de la quantité de mouvement suivant l'axe (Ox), on obtient des valeurs comprises entre $-p\sin(\theta)$ et $+p\sin(\theta)$. On en déduit l'indétermination quantique sur la quantité de mouvement :

$$\Delta p_x \sim p\sin(\theta)$$

Sachant que :

$$p = \frac{h}{\lambda_{DB}} \text{ et } \sin(\theta) = \frac{\lambda_{DB}}{a}$$

On obtient que

$$\Delta p_x \sim \frac{h}{a}$$

Finalement, nous obtenons la relation liant les indéterminations quantiques de la position et de la quantité de mouvement

$$\Delta x \times \Delta p_x \sim h$$

5.3. Indétermination position-quantité de mouvement

La relation obtenue dans le paragraphe précédent est un cas particulier du principe d'indétermination d'Heisenberg.

Énoncé : les mesures de la position x et de la quantité de mouvement p_x selon un même axe (Ox) sont affectées d'indéterminations quantiques Δx et Δp_x dont le produit est au moins de l'ordre de grandeur la constante de Planck réduite $\overline{h}$.

$$\Delta x \times \Delta p_x \geq \overline{h}$$

Conséquences :

- il s'ensuit qu'il n'est pas possible de connaître à la fois la position et la quantité de mouvement d'une particule avec une grande précision. Plus une des deux grandeurs sera connue avec précision, plus l'indétermination quantique sur la seconde sera élevée.
- L'inégalité d'Heisenberg rend caduque, <u>à l'échelle microscopique</u>, la notion de trajectoire (pour laquelle position et vitesse sont parfaitement connues) sur laquelle s'appuie la mécanique classique.

  Remarque : pour un système macroscopique, la faible valeur numérique de $\overline{h}$ fait que la limitation résultant de l'inégalité d'Heisenberg n'est pas perceptible. La mécanique classique peut alors s'appliquer.

6. Quantification de l'énergie

6.1. Modèles planétaires de Bohr

Pour expliquer le spectre de raies de l'atome d'hydrogène observées expérimentalement, Bohr a proposé un modèle qui s'appuie sur les hypothèses suivantes : dans un référentiel galiléen lié au noyau O

- L'électron décrit une trajectoire circulaire sur laquelle il ne rayonne pas d'énergie ;
- L'électron échange de l'énergie avec l'extérieur sous forme de lumière lorsqu'il change de trajectoire circulaire ;
- Le module du moment cinétique de l'électron est quantifié et ne peut prendre que des valeurs discrètes vérifiant la relation

$$L_{O_n} = n\overline{h}$$

Où n est un entier naturel non nul.

Une orbitale électronique correspond à une valeur de l'entier n, caractérisée par un rayon r_n, une vitesse v_n et une énergie mécanique E_n.

6.2. Expression du rayon de l'orbite et de la vitesse de l'électron

Dans un référentiel galiléen lié au noyau O, le mouvement étant circulaire, on a pour expression de l'accélération en coordonnées polaires :

$$\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{u_r} \ ; \ \vec{v} = r\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} \ ; \ \vec{a} = -r^2\dot{\theta}\overrightarrow{u_r} = -\frac{v^2}{r}\overrightarrow{u_r}$$

Par ailleurs, on a pour expression de la force électrique :

$$\vec{f} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{u_r}$$

Par application de la deuxième loi de Newton à l'électron sur l'orbite n, on obtient après projection sur $\overrightarrow{u_r}$:

$$-m\frac{v_n^2}{r_n} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} \text{ soit } v_n^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m r_n}$$

Le moment cinétique orbital a pour module :

$$L_{O_n} = mr_n v_n = n\bar{h}$$

Ainsi :

$$mr_n v_n^2 = r_n^2 \times \frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \text{ et } mr_n v_n^2 = \frac{\left(mr_n v_n\right)^2}{mr_n} = \frac{\left(L_{O_n}\right)^2}{mr_n} = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 mr_n}$$

On obtient ainsi :

$$r_n = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{\pi me^2} \text{ et } v_n = \frac{L_{O_n}}{mr_n} = \frac{n\bar{h}}{mr_n} = \frac{nh\pi me^2}{2\pi mn^2h^2\varepsilon_0} = \frac{e^2}{2nh\varepsilon_0}$$

6.3. Expression de l'énergie

En mécanique classique, l'énergie mécanique de l'électron s'exprime comme la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle d'interaction électrique soit :

$$E_n = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv_n^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = \frac{1}{2}m\frac{e^4}{4n^2h^2\varepsilon_0^2} - \frac{e^2\pi me^2}{4\pi\varepsilon_0 n^2h^2\varepsilon_0} = -\frac{me^4}{8n^2h^2\varepsilon_0^2}$$

L'énergie de l'électron peut ainsi se mettre sous la forme :

$$E_n = -\frac{A}{n^2} \text{ avec } A = \frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = 13{,}6\ eV$$

On retrouve grâce à ce modèle que l'énergie de l'électron de l'atome d'hydrogène est quantifiée. On parle ainsi de modèle semi-classique puisque, si les calculs précédents utilisent la théorie de la mécanique classique, la notion de quantification est nouvelle.

Le modèle de Bohr n'est pas complètement satisfaisant mais il permet d'interpréter le spectre de raies de l'atome d'hydrogène. Il a par ailleurs permis aux scientifiques de l'époque d'admettre l'idée selon laquelle la quantification des grandeurs physiques est nécessaire à l'échelle atomique.